

I Lois locales, lois intégrales :

1) Eq de Maxwell-Gauss

$$\operatorname{div} \vec{E}(M, t) = \frac{\rho(M, t)}{\epsilon_0}$$

Théorème de Gauss :

$$\iint_S \vec{E}(M, t) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}(t)}{\epsilon_0}$$

2) Eq de Maxwell-Thomson

$$\operatorname{div} \vec{B}(M, t) = 0 \text{ (donc } \vec{B} \text{ reste à flux conservatif)}$$

3) Eq de Maxwell-Faraday

$$\operatorname{rot} \vec{E}(M, t) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}(M, t)$$

avec le théorème de Stokes:  $\oint_{\Gamma} \vec{E}(M, t) \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_{S \text{ de bord } \Gamma} \vec{B}(M, t) \cdot d\vec{S}$  appelé loi de l'induction

$$e(t) = \oint_{\Gamma} \vec{E}(M, t) \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

4) Eq de Maxwell-Ampère

$$\operatorname{rot} \vec{B}(M, t) = \mu_0 \vec{j}_{el}(M, t) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}(M, t)$$

$\vec{j}_{el}(M, t)$  densité de courant dû au mouvement des charge

on identifie à  $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}(M, t) = \vec{j}_{dep}(M, t)$  densité de courant de déplacement

Le théorème d'Ampère devient donc dans le cas général :

$$\iint_{S \text{ de bord } \Gamma} \operatorname{rot} \vec{B}(M, t) \cdot d\vec{S} = \oint_{\Gamma} \vec{B}(M, t) \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_{enlacé-élec} + I_{enlacé-déplacement})$$

## II Conséquences des eq de Maxwell-Ampère

Hors de la statique on ne peut plus affirmer que  $\vec{E}$  dérive d'un potentiel car en général:

$$\operatorname{rot} \vec{E}(M, t) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}(M, t) \neq 0$$

Conservation de la charge:

$$\text{Maxwell-Ampère: } \operatorname{rot} \vec{B}(M, t) = \mu_0 \left( \vec{j}_{el}(M, t) + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}(M, t) \right)$$

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{B}(M, t)) = 0 \text{ par analyse vectorielle}$$

$$\operatorname{div} \vec{j}_{el}(M, t) = -\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \operatorname{div} \vec{E}(M, t)) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}(M, t)$$

sans  $\vec{j}_{dep}$  il n'y a pas de conservation de la charge

dans l'ARQS on néglige  $\vec{j}_{dep}$

## III Energie électromagnétique:

Identité de Poynting :

$$\vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}(M, t) + \frac{d}{dt} \left( \frac{\epsilon_0 \vec{E}^2(M, t)}{2} + \frac{\vec{B}^2(M, t)}{2\mu_0} \right) + \operatorname{div} \left( \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0} \right) = 0$$

c'est une expression de la conservation de l'énergie (ici des puissances volumiques)  
le premier terme du au déplacement des charges, le Second de la variation de l'énergie électromag  
le dernier c'est un terme correctif.

Vecteur de Poynting :

$$\vec{\Pi}(M, t) = \vec{R}(M, t) = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0}$$

on récrit l'identité comme:

$$\vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}(M, t) + \frac{d}{dt} \left( \frac{\epsilon_0 \vec{E}^2(M, t)}{2} + \frac{\vec{B}^2(M, t)}{2\mu_0} \right) + \operatorname{div} \left( \vec{\Pi}(M, t) \right) = 0$$